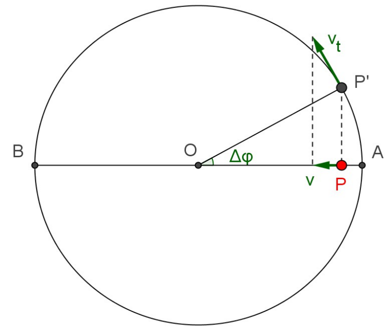
MOTO ARMONICO (prof. Danilo Saccoccioni)



Definizione

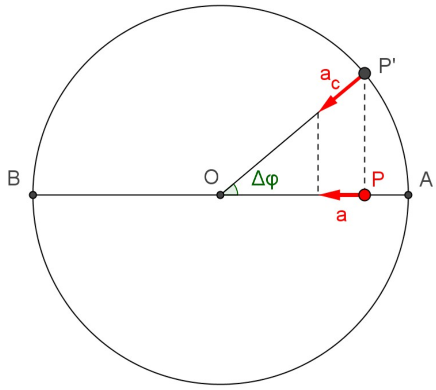
Dato un punto P' che si muove di moto circolare uniforme, si dice che il punto P si muove di moto armonico se esso risulta istante per istante la proiezione ortogonale di P' su un diametro.

La misura di OP (positiva se verso destra) sarà quindi:

$$x = R \cdot \cos(\Delta\varphi) = R \cdot \cos(\omega \Delta t)$$

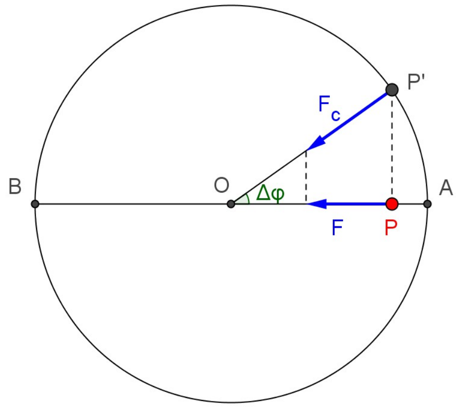
La **velocità**...
Ovviamente la velocità istantanea $\vec{v}$ del punto P sarà uguale alla proiezione della velocità tangenziale $\vec{v}_t$ di P' sul diametro. Inoltre è ovvio che – mentre P' ruota – la velocità $\vec{v}$ sarà nulla quando P si trova agli estremi del diametro, mentre essa avrà modulo massimo (e uguale al modulo di $\vec{v}_t$) quando P si trova al centro del diametro. Possiamo scrivere, considerando opportunamente gli angoli:

$$v = -|v_t| \cdot \sin(\Delta\varphi) = -v_t \cdot \sin(\omega \Delta t)$$ (consideriamo positivo il verso da B ad A)



L'**accelerazione**...
L'accelerazione $\vec{a}$ di P è uguale alla proiezione dell'accelerazione centripeta $\vec{a}_c$ di P' sul diametro.
L'accelerazione di P avrà modulo massimo quando P si trova agli estremi del diametro, mentre sarà nulla al centro del diametro.
In generale si ha:

$$a = -|a_c| \cdot \cos(\Delta\varphi) = -|a_c| \cdot \cos(\omega \Delta t)$$



La **forza**...
La forza $\vec{F}$ che agisce su P è uguale alla proiezione sul diametro della forza centripeta $\vec{F}_c$ che agisce su P'.
La forza su P avrà modulo massimo quando P si trova agli estremi del diametro, mentre sarà nulla al centro del diametro.
In generale si ha:

$$F = -|F_c| \cdot \cos(\Delta\varphi) = -|F_c| \cdot \cos(\omega \Delta t)$$

Osservazione fondamentale:

Riprendiamo e sviluppiamo l'ultima formula, ricordando le proprietà del moto circolare uniforme:

$$F = -|F_c| \cdot \cos(\Delta\varphi) = -|F_c| \cdot \cos(\omega \Delta t) = -m \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \Delta t) = -m \cdot \omega^2 x$$

Se indichiamo con k la quantità $m \cdot \omega^2$, avremo: $\boxed{F = -k\,x}$ che è proprio la **legge di Hooke**.

Ciò significa che se una massa m è collegata ad una molla di costante k con l'altro estremo fisso, essa oscilla di moto armonico con $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. La frequenza f di oscillazione si calcola ovviamente a partire dalla relazione $\omega = 2\pi f$.