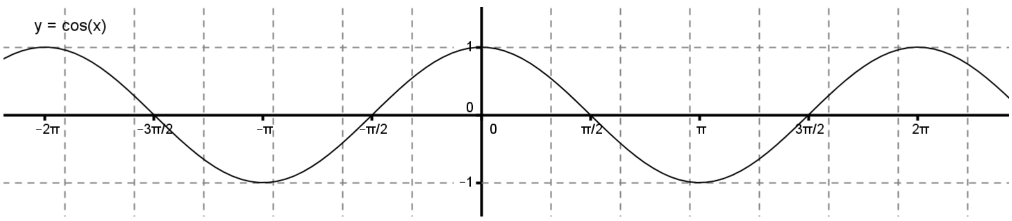
Onde armoniche

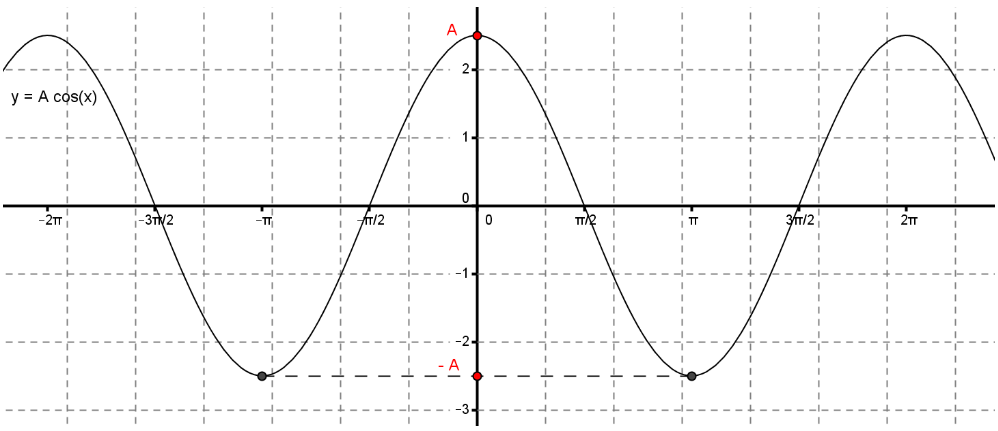
Danilo Saccoccioni

Un'**onda armonica** è un'onda con andamento di tipo *sinusoidale*.
Per descrivere e caratterizzare un tale tipo di onda, verranno ora introdotti alcuni parametri fondamentali: *ampiezza*, *periodo*, *frequenza*, *lunghezza d'onda*, *fase* ecc.

Consideriamo inizialmente la funzione $y = \cos(x)$, il cui grafico è:



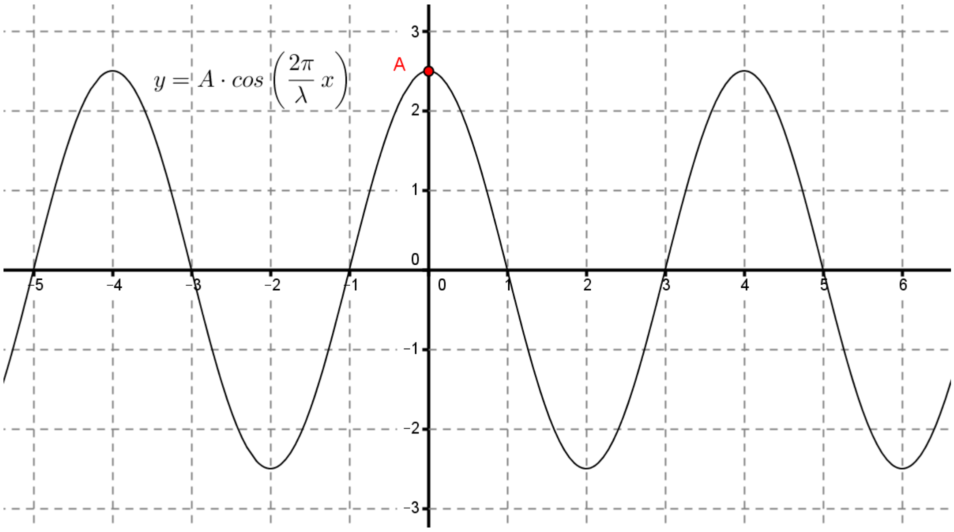
Il periodo vale 2π e l'ampiezza vale 1.
Proviamo ora a modificare l'**<u>ampiezza</u>**: anziché 1, vogliamo che l'ampiezza valga *A*: sarà sufficiente moltiplicare la funzione precedente per il fattore *A*, in modo che tutte le ordinate y siano di conseguenza modificate:



Nella figura precedente abbiamo scelto *A* = 2,5, ma avremmo potuto scegliere qualsiasi altro valore; ovviamente se *A* = 0 la funzione si riduce ad una retta orizzontale coincidente con l'asse *x*. Tanto per fare un esempio applicativo, quando aumentiamo il volume di un amplificatore, stiamo praticamente agendo sul valore *A* dell'ampiezza del segnale.
Vogliamo ora modificare il periodo, che però preferiamo chiamare, in questa sede, **<u>lunghezza d'onda</u>** o <u>periodo spaziale</u>, e che normalmente è indicato con la lettera greca λ (pronuncia “lambda”). Per fare ciò è sufficiente moltiplicare la variabile *x* per un'opportuna costante:

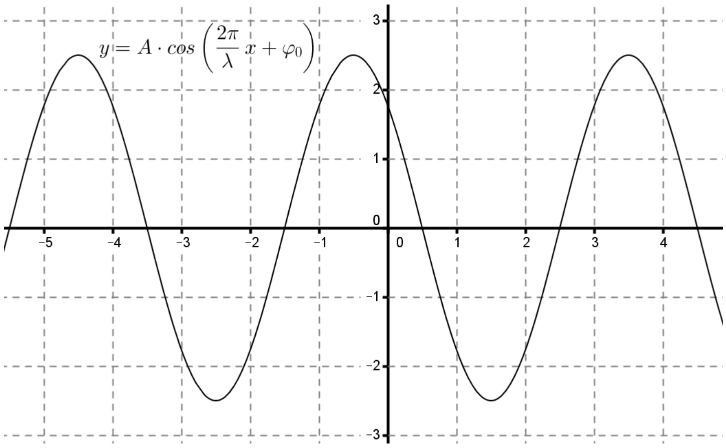
$$y = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

E' evidente che, se nella precedente funzione inseriamo λ al posto di *x*, otteniamo $\cos(2\pi)$, dunque il comportamento si ripete ad intervalli di ampiezza λ. La seguente figura illustra l'andamento della funzione con $\lambda = 4$:



La precedente figura mostra che la funzione passa per l'origine. Se volessimo una funzione che non passi per l'origine, potremmo aggiungere un angolo φ_0 all'argomento del coseno: tale angolo si chiama **<u>fase iniziale</u>** dell'onda. Come vedremo, la fase iniziale è importante per confrontare onde diverse:

$$y = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right)$$



L'ultimo passo che resta da fare per trasformare la precedente funzione in un'onda è che essa si muova di moto rettilineo uniforme con velocità *v*. A tale scopo è sufficiente sostituire al posto di *x* la quantità $x - vt$:

$$\boxed{y = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_0\right)}$$

Ovviamente se *v* > 0 il moto avviene verso destra, se *v* < 0 verso sinistra.

Sviluppando in parentesi: $$y = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_0\right) = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{\lambda}vt + \varphi_0\right)$$

La quantità $\boxed{T = \frac{\lambda}{v}}$ rappresenta ovviamente il tempo impiegato dall'onda per spostarsi di una quantità pari alla lunghezza d'onda, o anche il tempo necessario all'onda per ripetere il proprio valore in un punto prefissato dello spazio. In altre parole *T* rappresenta il **<u>periodo temporale</u>** dell'onda (o semplicemente <u>periodo</u>):

$$\boxed{y = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)}$$

che spesso viene così scritta: $\boxed{y = A \cdot \cos(kx - \omega t + \varphi_0)}$

Le quantità *k* e ω sono chiamate rispettivamente **<u>pulsazione spaziale</u>** e **<u>pulsazione temporale</u>**. Inoltre si definisce **<u>frequenza</u>** la quantità $\boxed{f = \frac{1}{T}}$, che rappresenta il numero di oscillazioni al secondo dell'onda (guardandola in un punto spaziale prefissato). Ovviamente: $\omega = 2\pi f$.